PRINCIPES DE LA MECANIQUE CLASSIQUE

I – COMMENT DECRIRE LE MOUVEMENT D'UN OBJET ?

1) Définir le système

a) Définition du système

Le système est l'objet ou l'ensemble des objets auxquels on s'intéresse pour l'étude de son mouvement.

b) Choix du système

Pour l'étude du mouvement d'un objet ou d'un ensemble d'objet, on choisira le centre d'inertie ou centre de gravité de l'objet.

2) Définir le référentiel

a) Définition du référentiel

Pour décrire le mouvement d'un corps, il faut se donner un repère d'espace (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$; $\vec{k}$) lié à un solide de référence, et un repère de temps (une horloge) donnant la date. La date (ou instant) est notée t.

*Le solide de référence, les repères d'espace et de temps constituent un **référentiel**.*

b) Différents référentiels usuels

- ***Référentiel terrestre***

Le référentiel terrestre, dont le repère est lié à la surface de la Terre, est adapté à l'étude du mouvement d'un objet proche de la surface de la Terre.

- ***Référentiel astrocentrique***

Les référentiels astrocentriques possèdent des repères liés au centre d'un astre et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines.

Exemple :

Les satellites de la terre sont étudiés dans le référentiel géocentrique (repère lié au centre de la Terre)
Les planètes sont étudiées dans le référentiel héliocentrique (repère lié au centre du Soleil).

3) Définir le repère

a) Repère cartésien

Le repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$; $\vec{k}$) a pour origine O fixe et pour vecteurs unitaires ($\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$; $\vec{k}$) constants.

b) Repère Frénet

Lorsqu'un système est en mouvement selon une trajectoire circulaire, le repère cartésien n'est pas le plus adapté. Le **repère de Frénet** est alors utilisé. Ce repère a pour origine le centre de gravité du système et pour vecteur s unitaires :

- $\vec{T}$, vecteur orienté selon la tangente à la trajectoire et orienté dans le même sens que le mouvement ;
- $\vec{N}$, vecteur orienté selon la normale à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de celle-ci.

4) Faire le bilan des forces extérieures au système

a) Définition

Une force est la modélisation mathématique d'une action exercée (par contact ou à distance) par un système sur un autre.
On appelle force extérieure une force exercée sur le système étudié par un objet n'appartenant pas au système.
On appelle force intérieure une force s'exerçant entre deux parties d'un même système.

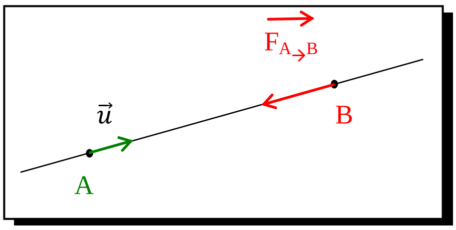
b) Effets d'une force sur le mouvement

Une force s'exerçant sur un système peut :
- ✓ *contribuer à le maintenir en équilibre (au repos) ;*
- ✓ *le mettre en mouvement ;*
- ✓ *si celui-ci est en mouvement, en modifier la vitesse (direction, sens, valeur) et / ou la trajectoire.*

c) Forces usuelles

➢ ***Force gravitationnelle***

✓ **La force gravitationnelle**, toujours attractive, est la force exercée par un corps A sur un corps B, tous deux à répartition sphérique de masse.



G : Constante de gravitation universelle
$G = 6{,}67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
m_A et m_B : masses respectives des corps A et B en interaction (en kg)
d : distance entre les centres d'inertie des corps en interaction (en m)
$\vec{u}$: vecteurs unitaires orientés de A vers B

✓ **Le poids** d'un objet de masse m est la force gravitationnelle qu'il subit de la part de la Terre.

Il s'écrit :

$\vec{g}$ est le vecteur champ de pesanteur, $g = 9{,}8$ $N.kg^{-1}$

m : masse de l'objet (en kg)

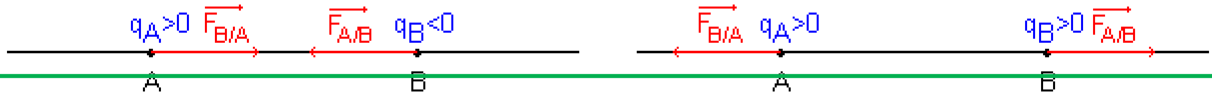
Le vecteur poids d'un objet a pour caractéristiques :
- ✓ Direction : la verticale du lieu
- ✓ Sens : orienté vers le bas
- ✓ Valeur : P = m.g

➢ *Force électrique*

Deux corps ponctuels A et B portant respectivement les charges q_A et q_B exprimées en C et séparées d'une distance d=AB exprimée en m sont soumis à deux forces opposées de même valeur: $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ exprimées en N dont les caractéristiques sont les suivantes :

- ✓ *Direction : la direction de la droite AB*
- ✓ *Sens : répulsif si q_A et q_B sont de même signe*
  attractif si q_A et q_B sont de signes opposés
- ✓ *Norme :*

$k=9.10^9$ N.m^2.C^{-2} dans le vide ou dans l'air



➢ *Forces de contact entre solides*

L'ensemble des actions mécaniques exercées par un support sur un solide au niveau de la surface de contact les séparant est modélisé par une force appelée **Réaction $\vec{R}$**.

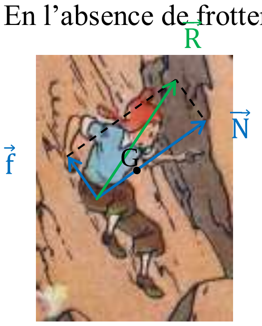
La réaction $\vec{R}$ peut être séparée selon les deux composantes suivantes :

- ✓ *la **composante normale $\vec{N}$**, perpendiculaire ou « normale » au support et chargée de traduire le non enfoncement du solide dans le support ;*
- ✓ *la **composante tangentielle $\vec{f}$**, colinéaire au vecteur vitesse et chargée de traduire les frottements existant entre le solide et le support.*

Mathématiquement, nous avons : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$

Remarque :

- En l'absence de frottement, nous avons donc : $\vec{R} = \vec{N}$



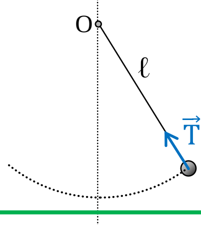
Avec frottement

Sans frottement

➢ *Force exercée par un fil inextensible*

L'action mécanique exercée par un fil sur un solide et localisée au point de contact entre les deux est une force de rappel appelée Tension d'un fil $\vec{T}$ ayant les caractéristiques suivantes :

- ✓ *Point d'application : le point de contact fil/système ;*
- ✓ *Direction : la direction du fil ;*
- ✓ *Sens : solide → fil ;*
- ✓ *Norme : T en Newton (N)*



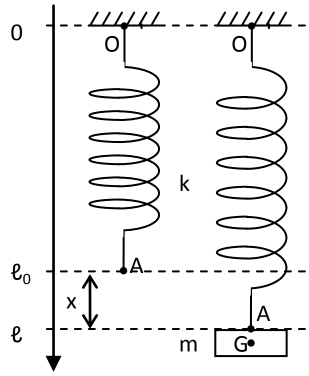
Force exercée par un ressort

L'action mécanique exercée par un ressort sur un solide et localisée au point de contact entre les deux est une force de rappel appelée **Tension du ressort** $\vec{T}$.

La tension du ressort $\vec{T}$ a pour caractéristiques :
- ✓ *Point d'application : le point de contact ressort/système (ici A) ;*
- ✓ *Direction : l'axe du ressort ;*
- ✓ *Sens : système → ressort ;*
- ✓ *Norme :*

k est la constante de raideur du ressort
x est l'allongement du ressort défini par : $x = \ell - \ell_0$
avec ℓ la longueur du ressort comprimé ou détendu
et ℓ_0 sa longueur à vide

Vectoriellement, la tension du ressort s'écrit : $\vec{T} = -k.\vec{x}$



Remarque :
$\vec{T}$ et $\vec{x}$ ont donc même direction mais sont de sens opposé.

Forces exercées par les fluides

Poussée d'Archimède

Principe d'Archimède : « Tout corps plongé dans un liquide subit de la part de celui-ci une force $\vec{\Pi}$ opposée au poids du fluide déplacé par ce corps. »
L'ensemble des actions mécaniques exercées par un fluide (liquide ou gazeux) sur un solide (partiellement ou totalement immergé) est modélisé par une force appelée **Poussée d'Archimède** $\vec{\Pi}$.

La Poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ a pour caractéristiques :
- ✓ Point d'application : le centre d'inertie du fluide déplacé ;
- ✓ Direction : la verticale ;
- ✓ Sens : ascendant ;
- ✓ Longueur : $\underset{(N)}{\Pi} = \underset{(kg.m^{-3})}{\rho_{fl}} . \underset{(m^3)}{V_{fl}} . \underset{(N.kg^{-1})}{g}$

ρ_{fl} est la masse volumique du fluide déplacé
V_{fl} est le volume du fluide déplacé
g la norme du vecteur champ de pesanteur de l'astre sur lequel se trouve le corps

Vectoriellement, la poussée d'Archimède s'écrit : $\vec{\Pi} = -\rho_{fl}.V_{fl}.\vec{g}$

Remarque :
$\vec{\Pi}$ et $\vec{g}$ ont donc même direction mais sont de sens opposé.

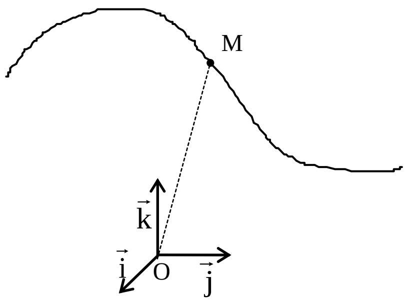
Force de frottement fluide

La force de frottement fluide (notée $\vec{f}$) traduit la résistance du fluide au mouvement du système. Cette force est opposée au sens du mouvement du système dans le fluide, nulle si le système est immobile dans le référentiel du fluide.

II –CINEMATIQUE DU POINT

1) Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$

Dans un référentiel, à une date t, la position de M est repérée par ses coordonnées x(t), y(t) et z(t).



2) Vecteur vitesse du point M

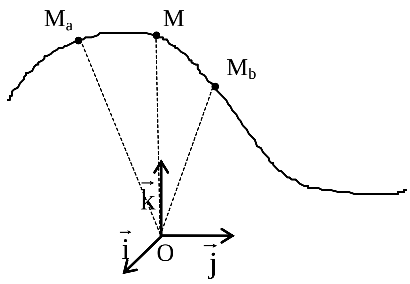
a) Dans un repère cartésien

➢ ***Définition***

Le vecteur vitesse instantanée en M peut être défini par : $\overrightarrow{v_M} = \lim\limits_{t_b \to t_a} \dfrac{\overrightarrow{M_aM_b}}{(t_b - t_a)}$

Or $\overrightarrow{M_aM_b} = \overrightarrow{M_aO} + \overrightarrow{OM_b}$ soit $\overrightarrow{M_aM_b} = \overrightarrow{OM_b} - \overrightarrow{OM_a}$

Donc : $\overrightarrow{v_M} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t}$ soit $\overrightarrow{v_M} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$



➢ ***Ses caractéristiques***

✓ Direction : la tangente à la trajectoire en M
✓ Sens : celui du mouvement
✓ Valeur : v_M (en m.s^{-1})

➢ ***Ses coordonnées cartésiennes***

Le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$

Le vecteur vitesse instantanée s'écrivant : $\vec{v} = \dfrac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}$

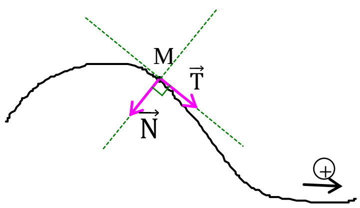
soit

Comme $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ ne dépendent pas du temps, alors :

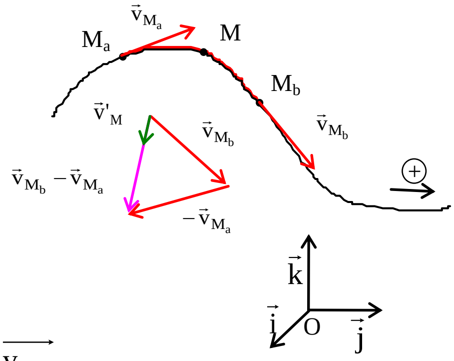
La valeur du vecteur vitesse instantanée s'exprime alors par :

b) Dans la base de Frénet

Le vecteur vitesse est alors défini par : $\vec{v} = v(t).\vec{T}$



3) Vecteur accélération



a) Dans un repère cartésien

➢ **Définition**

L'accélération caractérise la variation de vitesse d'un mobile pour une durée donnée.

L'accélération moyenne $\vec{a}_m$ entre M_a et M_b est définie par : $\vec{a}_m = \dfrac{\overrightarrow{v_{M_b}} - \overrightarrow{v_{M_a}}}{(t_b - t_a)}$

Le vecteur *accélération instantanée* en M peut être défini par : $\vec{a}_M = \lim\limits_{t_b \to t_a} \dfrac{\overrightarrow{v_{M_b}} - \overrightarrow{v_{M_a}}}{(t_b - t_a)}$

Soit $\vec{a}_M = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ soit $\overrightarrow{a_M(t)} = \dfrac{d\overrightarrow{v(t)}}{dt} = \overrightarrow{v'(t)}$ ou $\overrightarrow{a_M(t)} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM(t)}}{dt^2} = \overrightarrow{OM''(t)}$

➢ **Ses caractéristiques**

Lorsque le mouvement est rectiligne :

- ✓ si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont même direction et même sens, le mouvement est dit accéléré ;
- ✓ si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont même direction mais sens contraire, le mouvement est dit décéléré ;
- ✓ si le vecteur $\vec{a}$ est constant au cours du temps, le mouvement est dit uniformément accéléré (ou uniformément décéléré).

➢ **Ses coordonnées cartésiennes**

Le vecteur *vitesse instantanée* s'écrit : $\vec{v} = \vec{v}_x . \vec{i} + \vec{v}_y . \vec{j} + \vec{v}_z . \vec{k}$

Le vecteur *accélération instantanée* s'écrit alors : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

soit

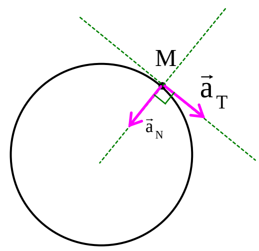
Comme $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ ne dépendent pas du temps, alors :

La valeur du vecteur *accélération instantanée* s'exprime alors par :

b) Dans la base de Frénet

Le vecteur accélération d'un système en mouvement circulaire non uniforme est défini par :

$\boxed{\vec{a} = \dfrac{dv(t)}{dt}.\vec{T} + \dfrac{v^2}{R}.\vec{N}}$ où R est le rayon de la trajectoire circulaire.



Remarque : Si le mouvement est circulaire uniforme, nous avons :

4) Vecteur quantité de mouvement

III - LES LOIS DE NEWTON

Isaac Newton (1642 - 1727), de nationalité britannique, fut un brillant mathématicien, physicien et technicien.

1) Première loi de Newton : le principe d'inertie

a) Enoncé

<u>Remarques</u> :

- ✓ Un **système isolé** n'est soumis à aucune force
- ✓ Un **système pseudo-isolé** est soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$).
- ✓ Le principe d'inertie peut s'énoncer aussi de la manière suivante :
  Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé reste constant.

b) Les référentiels galiléens

<u>Remarque</u> :
Un **référentiel terrestre** peut être considéré comme galiléen avec une approximation satisfaisante pour des expériences de courte durée devant la période de rotation de la terre.

2) Deuxième loi de Newton : théorème du centre d'inertie

<u>Remarques</u> :

- ✓ $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G(t) = m\frac{d\vec{v_G}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v_G})}{dt}$
- ✓ Limite de validité de la loi : Le théorème du centre d'inertie n'est valable que dans le cadre de la **Mécanique classique**, ou **Mécanique Newtonienne**.
  En effet, pour des systèmes en mouvement avec des valeurs de vitesse supérieures ou égales à 0,1.c (où *c* représente la célérité de la lumière, et vaut : $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$), il est nécessaire de faire intervenir d'autres relations mathématiques développées par A. Einstein : il s'agit alors de la **Mécanique relativiste**. (Cf. Chap. 8)

3) Troisième loi de Newton

On considère deux systèmes A et B en interaction. On appelle $\vec{F}_{A/B}$ la force modélisant l'action de A sur B et $\vec{F}_{B/A}$ celle modélisant l'action de B sur A.